



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Резюме докладов, сделанных на заседаниях семинара по теории вероятностей и математической статистике в Математическом институте Академии Наук СССР (1971 г.), *Теория вероятн. и ее примен.*, 1971, том 16, выпуск 3, 581–587

<https://www.mathnet.ru/tvp2319>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 109.252.119.48

27 июня 2025 г., 09:16:02



выбрано так, чтобы дисперсионная матрица x была наименьшей. Этот минимум равен $Mb(d_k + (t - t_k)/8N_k)$.

Теорема 3. Для любого $\varepsilon > 0$ можно подобрать такое r , что с вероятностью, большей $1 - \varepsilon$, при достаточно малом tN^{-1} реконструированное дерево является истинным; а временные координаты вершин отличаются от истинных меньше, чем на ε .

Метод реконструкции был применен к антропологическим данным [2], [3] и дали результаты, согласующиеся с историческими материалами.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] M. Kimura, J. F. Crow. The measurement of effective population number, *Evolution*, 17, 3 (1963).
- [2] М. В. Малютков, В. П. Пасекон, Реконструкция родословных деревьев изолированных популяций, Препринт № 19 МЛСМ МГУ, 1971.
- [3] M. B. Malyutov, V. P. Pasekov, Yu. G. Ryčkov, On the reconstruction of the evolutionary tree of isolated populations resulting from the random genetic drift. *Proc. Intern. Sympos Affinity and Distance of Human Populations*, Clarendon Press, London, 1971.

Заседание 23 декабря

И. А. Ибрагимов, Р. З. Хасминский, Асимптотические свойства некоторых оценок. (I. A. Ibragimov, R. Z. Has'minskiĭ, Asymptotic properties of certain estimates.)

Содержание доклада опубликовано в следующих статьях: И. А. Ибрагимов, Р. З. Хасминский, О предельном поведении байесовских оценок и оценок максимального правдоподобия, *ДАН СССР*, 198, 3 (1971), 520—523; И. А. Ибрагимов, Р. З. Хасминский, Об асимптотическом поведении обобщенных байесовских оценок, *ДАН СССР*, 194, 2 (1970), 257—260.

1971

Заседание 24 февраля

Л. А. Левин, Алгоритмический подход к теории информации и основания теории вероятностей. (L. Levin, Algorithmical approach to the information theory and the foundations of the probability theory.)

Доклад является изложением основных результатов обзорной статьи А. К. Звонкина и Л. А. Левина «Сложность конечных объектов и обоснование понятий информации и случайности с помощью теории алгоритмов», *Успехи матем. наук*, XXV, 5 (1970), 85—127.

РЕЗЮМЕ ДОКЛАДОВ, СДЕЛАННЫХ НА ЗАСЕДАНИЯХ СЕМИНАРА ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ИНСТИТУТЕ АКАДЕМИИ НАУК СССР

1971

Заседание 2 марта

Линник Ю. В., Новые результаты в теории оценивания скаляров и векторов.

В настоящем докладе излагаются результаты по теории несмещенного оценивания полученные недавно автором и А. Л. Рухиным.

1. Оценивание скаляров. Пусть $(\mathcal{X}, \mathfrak{A})$ — выборочное пространство с семейством мер $\{P_\theta\}$, зависящим от абстрактного параметра $\theta \in \Theta$. Оцениванию подлежит функция $g(\theta)$; будем рассматривать несмещенные оценки $t(x)$: $E_\theta t(x) = g(\theta)$, и оценивать их качество с помощью выпуклой функции потерь $\psi(\cdot)$. Исследуются несмещенные оценки с минимальным ψ -риском (н.о.м. ψ -р.), т. е. несмещенные оценки t , минимизирующие риск

$$R_\theta(t) = E_\theta \psi(t(x) - g(\theta))$$

для всех $\theta \in \Theta$.

Выпуклые функции ψ будут предполагаться дважды дифференцируемыми (за возможным исключением точки 0) и удовлетворяющими условию:

$$\psi(2u) \leq C \psi(u), \quad (1)$$

где C — константа.

Основной результат состоит в том, что, грубо говоря, несмещенные оценки, минимизирующие квадратичный риск $\psi_0(u) = u^2$ для всех $\theta \in \Theta$, являются одновременно и н.о.м. ψ -р. для любой из рассматриваемых нами выпуклых функций ψ . Точнее, имеют место следующие теоремы.

Теорема 1. Пусть множество несмещенных оценок нуля (н.о.н.) χ под условием $E_\theta \chi^4 < \infty$ плотно в метрике $L_2(P_\theta)$ для всех $\theta \in \Theta$ в множестве всех н.о.н. из $L_2(P_\theta)$. Пусть $t(x)$ — н.о. с минимальным риском, отвечающим квадратичной функции потерь $\psi_0(u) = u^2$, и $E_\theta |t|^n < \infty$ ($n=1, 2, \dots$), $\Sigma(E_\theta |t|^{2k})^{-1/2k} = \infty$. Если $\psi(u)$ (под условием (1)) вещественно аналитическая, то $t(x)$ есть н.о.м. ψ -р. Если $\psi(u)$ — полином степени k , то достаточно потребовать условия $E_\theta t^{2(k-1)} < \infty$.

Теорема 2. Пусть $\mathfrak{B}$ есть σ -алгебра, порожденная ограниченными н.о.м. ψ_0 -р. $\psi_0(u) = u^2$. Если $\psi(u)$ — выпуклая функция под условием (1), вещественно аналитическая вне точки $u = 0$, оценка $t(x)$ измерима относительно σ -алгебры $\mathfrak{B}$ и является н.о.м. ψ_0 -р. ($\psi_0(u) = u^2$), то $t(x)$ есть н.о.м. ψ -р.

Отметим, что в теореме 2 требование $\mathfrak{B}$ -измеримости существенно.

Указанные теоремы становятся тривиальными, если оценки t измеримы относительно σ -алгебры, порожденной полной системой достаточных статистик. Нетривиальные примеры — экспонентные семейства с полиномиальными связями, наложенными на параметры, несмещенное последовательное оценивание для неполных планов, отвечающих марковским правилам остановки. Изложенные теоремы обобщают результаты А. Р. Падманабхана [1].

2. Векторное оценивание. Пусть в указанных выше условиях $(\mathcal{X}, \mathfrak{A})$, $\{P_\theta\}$, $\theta \in \Theta$, $\sigma_\theta = g(\theta)$ — вектор, записанный в виде какой-либо матрицы $\sigma_\theta = \sigma_{nl}$ с k строками и l столбцами ($k \geq 1, l \geq 1$). Оценка $Z(x) = Z_{kl}$ будет такой же матрицей; рассматриваем несмещенные оценивания: $E_\theta Z(x) = \sigma_\theta$. Составим матрицу $(Z(x) - \sigma_\theta)(Z(x) - \sigma_\theta)^T$ (T — знак транспонирования); она неотрицательно определена. Качество оценивания будем измерять матричной монотонной выпуклой функцией $\Psi[(Z(x) - \sigma_\theta)(Z(x) - \sigma_\theta)^T]$. Все матричные монотонные и выпуклые функции матриц задаются в виде интеграла типа преобразования Стильтеса [2]. При этом, при достаточно мягких условиях, имеет место информационное неравенство

$$E_\theta \Psi[(Z(x) - \sigma_\theta)(Z(x) - \sigma_\theta)^T] \geq \Psi(\tilde{\Phi}^{-1})$$

(в смысле неотрицательной определенности матриц). Здесь $\tilde{\Phi}$ — аналог информационной матрицы Фишера $\Phi = -\left\| E \frac{\partial^2 \ln L}{\partial g_i \partial g_j} \right\|$, где L — функция подобия, а g_i — коэффициенты матрицы σ_θ . Далее, если V — система достаточных статистик, и $E(Z(x) | V) = Z_V$, то имеет место аналог неравенства Рао — Блэквелла (в смысле неотрицательной определенности матриц)

$$E_\theta \Psi[(Z(x) - \sigma_\theta)(Z(x) - \sigma_\theta)^T] \geq E_\theta \Psi[(Z_V - \sigma_\theta)(Z_V - \sigma_\theta)^T].$$

Если будем рассматривать для указанных матричных функций потерь Ψ несмещенные оценки с минимальным (в смысле неотрицательной определенности матриц) Ψ -риском (н.о.м. Ψ -р.), то имеют место аналоги теорем, указанных нами для случая скалярного оценивания — при условиях, аналогичных указанным выше, несмещенные матричные оценки с минимальным риском типа $E_{\theta} [(Z(x) - \sigma_{\theta})(Z(x) - \sigma_{\theta})^T]$ будут н.о.м. Ψ -р. для всех введенных ранее матричных функций Ψ .

ЛИТЕРАТУРА

- [1] A. R. Padmanabhan, Some results on minimum variance unbiased estimation. Sankhya, A32, 1 (1970), 107—114.
- [2] Н. А. Лебедев, Ю. В. Линник, А. Л. Рухин, Выпуклые монотонные матричные функции потерь в математической статистике, Тр. Матем. ин-та АН СССР им. В. А. Стеклова, в печати.

Заседание 30 марта

Орлов А. И. Оценки скорости сходимости к пределу распределений некоторых статистик.

Пусть $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ — выборка из совокупности с непрерывной функцией распределения $F(x)$. Положим

$$\omega_n^2 = n \int_{-\infty}^{\infty} (F_n(x) - F(x))^2 dF(x), \quad (1)$$

где $F_n(x)$ — функция эмпирического распределения. Как известно, функция распределения ω_n^2 не зависит от $F(x)$ и при $n \rightarrow \infty$ сходится к

$$S(x) = P\left(\int_0^1 \xi^2(t) dt < x\right), \quad (2)$$

где $\xi(t)$ — условный винеровский процесс на $[0, 1]$ при условии $\xi(1) = 0$. Положим

$$\Delta_n = \sup_{-\infty < x < \infty} |P(\omega_n^2 < x) - S(x)|.$$

Оценка. Для любого $\varepsilon > 0$ найдется такое $b(\varepsilon)$, что при всех n выполнено

$$\Delta_n < b(\varepsilon) n^{-a+\varepsilon}. \quad (3)$$

В. В. Сазонов [1] и В. А. Розенкранц [2] доказали неравенство (3) для $a = 1/6$ и $a = 1/4$ соответственно. В [2] высказана гипотеза (к которой докладчик присоединяется), что (3) верно для $a = 1/2$ и только для них. Докладчиком получена

Теорема 1. Оценка (3) справедлива при $a = 1/2$.

Доказательство основано на приближении процесса $\sqrt{n}(F_n(x) - F(x))$ кусочно-постоянным процессом, точки скачков которого не зависят от выборки, и асимптотическом исследовании мультиномиального распределения, описывающего получаемый кусочно-постоянный процесс. Тем же методом можно получить оценки скорости сходимости распределения к пределу и в некоторых других случаях. Приведем примеры.

Пусть $L(x)$ — предельная функция распределения статистики Реньи (см. [3])

$$\xi_n = \sqrt{\frac{na}{1-a}} \sup_{F(x) \geq a} \frac{|F_n(x) - F(x)|}{F(x)}.$$

Теорема 2. Для любого $\varepsilon > 0$ найдется такое $c(\varepsilon, a)$, что при всех n выполнено

$$\sup_{-\infty < x < \infty} |P(\xi_n < x) - L(x)| < c(\varepsilon, a) n^{-1/\varepsilon+\varepsilon}.$$

Пусть $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m)$ и $(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n)$ — независимые выборки из совокупностей с непрерывными функциями распределения $F_1(x)$ и $F_2(x)$ соответственно. Для проверки гипотезы $F_1(x) \equiv F_2(x)$ применяют ([3], стр. 135) статистику, аналогичную (1),

$$T = \frac{mn}{m+n} \int_{-\infty}^{\infty} (F_m(x) - G_n(x))^2 dH_{m+n}(x),$$

где $F_m(x)$ и $G_n(x)$ — функции эмпирического распределения, построенные по соответствующим выборкам,

$$H_{m+n}(x) = \frac{m}{m+n} F_m(x) + \frac{n}{m+n} G_n(x).$$

Теорема 3. Для любого $\varepsilon > 0$ найдется такое $d(\varepsilon)$, что при всех m, n

$$\sup_{-\infty < x < \infty} |\mathbf{P}(T < x) - S(x)| < d(\varepsilon) \min[m, n]^{-1/2+\varepsilon},$$

где $S(x)$ определена в (2).

Доказательства будут опубликованы.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] В. В. С а з о н о в, Улучшение одной оценки скорости сходимости, Теория вероят. и ее примен., XIV, 4 (1969), 667—678.
- [2] W. A. R o s e n k r a n t z, A rate of convergence for the von Mises statistic, Trans. Amer. Math. Soc., 139 (1969), 329—337.
- [3] Л. Н. Б о л ь ш е в, Н. В. С м и р н о в, Таблицы математической статистики, М. Изд-во «Наука», 1965.

Заседание 13 апреля

Черенков А. П., Об оптимальном гарантирующем распределении ресурсов.

Рассмотрим следующее обобщение задачи Гросса ([1], игра «политическая кампания»):

$$\text{найти } \min_x \max_y F, \quad F = \sum_{i=1}^n \min \{T_i, \max \{0, p_i(y_i - w_i x_i)\}\},$$

$$T_i > 0, p_i > 0, w_i > 0, \text{ при условиях } x_i \geq 0, y_i \geq 0, \sum_{i=1}^n x_i = X, \sum_{i=1}^n y_i = Y. \quad (1)$$

Характерной чертой задачи (1) является наличие ограничений T_i . Величины x_i и y_i можно трактовать как ресурсы двух сторон, распределяемые по n пунктам, причем сторона, распределяющая x_i , стремится уменьшить F , а другая может ей противодействовать.

Более удобны аналогичные «непрерывные» модели; после замены переменных соответствующие задачи можно сформулировать так:

$$\begin{aligned} &\text{найти } \min_{\xi} \max_{\eta} \Psi, \text{ где } \Psi = \int_S \psi(\xi, \eta, s) d\sigma(s), \\ &0 \leq \psi \leq \eta/\gamma \text{ при } \eta < \gamma, \psi = 1 \text{ при } \eta \geq \gamma, \gamma = \alpha(s) + \lambda^{-1}(s)\xi, \\ &\text{причем } \alpha > 0, \lambda > 0, \xi \geq 0, \eta \geq 0, \int_S \xi d\sigma = \int_S \eta d\sigma = \int_S d\sigma = 1. \end{aligned} \quad (2)$$

Это есть задача нахождения оптимального гарантирующего распределения ресурсов для минимизирующей стороны. Рассмотрим ее решение.

Вначале с помощью леммы Неймана — Пирсона находим

$$\max_{\eta} \Psi[\xi, \eta] = \Phi[\xi] = \begin{cases} 1, & \text{если } \int_S \gamma d\sigma \leq 1, \\ \int_{S_1} d\sigma, & \text{если } \int_S \gamma d\sigma > 1, \end{cases}$$

$$\text{где } \int_{S_1} \gamma d\sigma = 1, \quad \sup_{s \in S_1} \gamma \leq \inf_{s \in (S \setminus S_1)} \gamma.$$

Если $\int_S \alpha d\sigma + (\min \lambda)^{-1} \leq 1$, то легко найти решение минимаксной задачи: $\Phi_0 = 1$,

$\xi_0(s)$ — любая допустимая функция.

Для случая $\int_S \alpha d\sigma + (\min \lambda)^{-1} > 1$ с помощью соображений типа леммы Неймана —

Пирсона получаются необходимые условия оптимальности, которые позволяют ограничиться рассмотрением однопараметрического семейства функций $\xi(s)$. Далее отображаем область S в плоскость $O\alpha\lambda$ и проводим аналитическое исследование некоторых интегральных соотношений. Результат, записанный в предположении (для краткости) дифференцируемости по α' и λ' интеграла $\int_{\substack{\alpha(s) < \alpha' \\ \lambda(s) < \lambda'}} d\sigma(s)$, будет таким:

$$\Phi_0 = \int_{\alpha < \alpha'} \min \left\{ 1, \frac{\lambda}{\lambda'} \right\} d\sigma, \quad \xi_0(s) = \begin{cases} (\alpha' - \alpha) \lambda, & \alpha < \alpha' \text{ и } \lambda < \lambda', \\ 0, & \alpha > \alpha' \text{ или } \lambda > \lambda', \end{cases}$$

где α' и λ' определяются из условий

$$\int_{\substack{\alpha < \alpha' \\ \lambda < \lambda'}} (\alpha' - \alpha) \lambda d\sigma = 1, \quad \alpha' \int_{\substack{\alpha < \alpha' \\ \lambda < \lambda'}} \lambda d\sigma + \lambda' \int_{\substack{\alpha < \alpha' \\ \lambda > \lambda'}} \alpha d\sigma = \lambda'.$$

Характерное свойство этого решения заключается в том, что величина γ постоянна везде, где значения α и λ не являются в некотором смысле сильно выделяющимися. Например, если $\int_S (\max \alpha - \alpha) \lambda d\sigma < 1$ и $1 + \int_S \alpha \lambda d\sigma > \max \lambda$, то

$$\Phi_0 = \int_S \lambda d\sigma \cdot \left(1 + \int_S \alpha \lambda d\sigma \right)^{-1}, \quad \xi_0 = (\Phi_0^{-1} - \alpha) \lambda.$$

Для «дискретных» задач решение аналогичных «непрерывных» задач можно рассматривать как приближенное. При этом, например, для задачи (1) истинное значение минимакса F_0 и его оценка F_e удовлетворяют неравенствам $0 \leq F_e - F_0 \leq \max_i T_i$.

Таким же способом можно исследовать аналогичные задачи нахождения максимина, однако для функции $\psi(\xi, \eta, s)$, вместо (2), имеют место иные условия.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] С. Карлин, Математические методы в теории игр, программировании и экономике, М., изд-во «Мир», 1964.

Заседание 20 апреля.

Хмаладзе Е. В., Оценка необходимого объема выборки при различении близких гипотез.

1. Пусть с каждым значением действительного параметра θ ($0 \leq \theta \leq 1$) связана пара плотностей распределения $g_\theta(x)$ и $f_\theta(x)$. Требуется при выборке объема n различить гипотезы $H: g_\theta(x)$ и $K: f_\theta(x)$ с уровнями ошибок I и II рода, не зависящими от θ и не превышающими α и β соответственно.

Предположим, что средние $m_i(\theta) = m_i$ и дисперсии $\sigma_i^2(\theta) = \sigma_i^2$ логарифма отношения правдоподобия $l(\theta) = \ln f_\theta^a(x) - \ln g_\theta(x)$ и при гипотезе ($i = 0$) и при альтернативе ($i = 1$) существуют и конечны при всех $\theta > 0$. Наиболее мощный критерий отвергает гипотезу H с вероятностью ошибки I рода $\leq \alpha$, когда $S_n^0 = (n\sigma_0^2)^{-1/2} \sum_j (l_j(\theta) - m_0) \geq t_n$, где $t_n = \inf \{z: P(S_n^0 \leq z | g_\theta) \geq 1 - \alpha\}$, и, с другой стороны, этот критерий отвергает альтернативу K с вероятностью ошибки II рода $\leq \beta$, когда $S_n^1 = (n\sigma_1^2)^{-1/2} \times \sum_j (l_j(\theta) - m_1) < \tau_n$, где $\tau_n = \sup \{z: P(S_n^1 \leq z | f_\theta) \leq \beta\}$. Требование, чтобы обе вероятности ошибок не превосходили заданных α и β , выполнимо лишь при $n^{1/2}t_n\sigma_0 + nm_0 \leq n^{1/2}\tau_n\sigma_1 + nm_1$, т. е. при

$$n \geq (t_n\sigma_0 - \tau_n\sigma_1)^2 / (m_1 - m_0)^2. \quad (1)$$

Наименьшее целое решение $n^*(\theta) = n^*$ этого неравенства будет необходимым объемом выборки (н.о.в.) при различении гипотез H и K с вероятностями ошибок не более заданных α и β .

Оценка н.о.в. для различения двух простых гипотез была указана в работе [1]; улучшенная (в асимптотическом смысле) оценка н.о.в. предложена в сообщении [2] применительно к различению некоторых конкретных гипотез. Из результатов сообщения [2] можно усмотреть, что оценка в работе [1] может быть улучшена и в общем случае. В статье [3] такая улучшенная оценка выведена в определенных условиях регулярности, согласно которым предполагается, что гипотеза g_θ не зависит от θ , а f_θ дифференцируема по θ и ее производная имеет конечную дисперсию для всех достаточно малых θ .

При этом, в частности, удовлетворяются условия теоремы Ляпунова, и, следовательно, функции распределения сумм S_n^i заведомо сходятся к функции нормального распределения, а квантили t_n и τ_n сходятся к соответствующим нормальным квантилям. В этом случае в качестве оценки н.о.в. естественно брать правую часть неравенства (1), в котором квантили t_n и τ_n заменены нормальными квантилями; если же использовать для t_n и τ_n асимптотические разложения, то получим улучшенную оценку для н.о.в.

Отказ от требования регулярности по θ интересен постольку, поскольку он делает очевидным тот факт, что н.о.в. n^* есть некоторая функция от θ , а соответствующие t_{n^*} и τ_{n^*} суть квантили сумм независимых, одинаково распределенных слагаемых, количество которых зависит от распределений самих слагаемых Φ_θ^i . Поэтому предельные законы для сумм $S_{n^*}^i$ могут быть, вообще говоря, любыми безгранично делимыми (б.д.) законами, и t_{n^*} и τ_{n^*} должны быть аппроксимированы соответствующими квантилями этих б.д. законов.

2. Предположим теперь, что $\theta \rightarrow 0$, и что при этом $n^*(\theta) \rightarrow \infty$ и ф. р. $F_{n^*}^i$ сумм $S_{n^*}^i$ ($i = 0, 1$) сходятся к ф. р. F^i некоторых б. д. законов с каноническими мерами Ψ^i .

Теорема 1. Если F^i ($i = 0, 1$) — строго возрастающие ф.р. и $t\sigma_0 - \tau\sigma_1 > 0$, то $n^*(\theta)/k(\theta) \rightarrow 1$ ($\theta \rightarrow 0$), где t — квантиль уровня $1 - \alpha$ распределения F^0 , τ — квантиль уровня β распределения F^1 и $k(\theta) = (t\sigma_0 - \tau\sigma_1)^2 / (m_1 - m_0)^2$.

Вообще говоря, существует множество таких $k(\theta) = (t'\sigma_0 - \tau'\sigma_1)^2/(m_1 - m_0)^2$, асимптотически эквивалентных $(\sigma_0 + \sigma_1)^2/(m_1 - m_0)^2$ (с точностью до множителя), для которых имеет место сходимости

$$\int_{-\infty}^{h\sqrt{k}} x^2 d\Phi_0^i(x) \rightarrow \Psi^i(h), \quad (2)$$

причем t оказывается квантилью уровня α для F^0 , а τ — квантилью уровня β для F^1 . Любому из таких $k(\theta)$ при $\theta \rightarrow 0$ соответствует асимптотически эквивалентное ему решение неравенства (1). Поэтому наименьшее среди таких $k(\theta)$ может, как представляется, служить оценкой для $n^*(\theta)$. В действительности справедлива

Теорема 2. Если $n^*(\theta) \rightarrow \infty$ и предельные ф.р. F^i ($i = 0, 1$) строго возрастают, то либо наименьшее из $k(\theta)$, удовлетворяющих (2), есть асимптотически точная оценка н.о.в. для всех достаточно малых уровней α и β , либо существуют последовательности $\alpha(\theta)$ и $\beta(\theta)$ такие, что соответствующий н.о.в. $n_{\alpha(\theta), \beta(\theta)}^*(\theta)$ есть $o[(\sigma_0 + \sigma_1)^2/(m_1 - m_0)^2]$ при $\theta \rightarrow 0$.

Поскольку нормальному закону соответствует каноническая мера Ψ_N , инвариантная относительно умножения на (положительную) константу, то в случае нормальной сходимости при любых α и β ($0 < \alpha, \beta < 1$) существует единственное значение $k(\theta)$, удовлетворяющее (2). Поэтому верна

Теорема 3. Если при $\theta \rightarrow 0$

$$\int_{-\infty}^{h\sqrt{k}} x^2 d\Phi_0^i(x) \rightarrow \Psi_N(h), \quad i = 0, 1,$$

то либо $k(\theta) = (t\sigma_0 + \tau\sigma_1)^2/(m_1 - m_0)^2$ — асимптотически точная оценка н.о.в. (t и τ — квантили стандартного нормального распределения уровней α и β соответственно; $\alpha, \beta < 0,5$), либо существуют сходящиеся к нулю последовательности $\alpha(\theta)$ и $\beta(\theta)$ такие, что соответствующий н.о.в. $n_{\alpha(\theta), \beta(\theta)}^*(\theta)$ есть $o[(\sigma_0 + \sigma_1)^2/(m_1 - m_0)^2]$

ЛИТЕРАТУРА

- [1] А. А. Петров, Проверка статистических гипотез о типе распределения по малым выборкам, Теория вероят. и ее примен., I, 2 (1956), 248—271.
- [2] Л. Н. Б о л ь ш е в, К вопросу о различении по малым выборкам нормального и равномерного типов распределений, Теория вероят. и ее примен., X, 4 (1965), 764—765.
- [3] И. Н. В о л о д и н, О числе наблюдений, необходимых для различения двух близких гипотез, Теория вероят. и ее примен., XII, 3 (1967), 575—582.

Заседание 4 мая.

К р у г л о в В. М., Общие предельные теоремы в гильбертовом пространстве и некоторые свойства безгранично делимых распределений.

Содержание доклада опубликовано в журналах «Теория вероятностей и ее применение». XV, 2 (1970), 330—336; XVI, 2 (1971), «Доклады АН СССР», 197, 6 (1971), 1258—1260.

Л а п ш и н Е. А., Статистическое исследование ошибок округления при вычислении интегралов и численном решении обыкновенных дифференциальных уравнений.